EXERCICE N°4 : | 30' | 5 points

On considère la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=e^{-\sqrt{x}}$ et sa courbe représentative(C) dans un plan rapporté à un repère orthonormé.$(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Étudier la dérivabilité de *f* à droite en 0. Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

2°) a) Dresser le tableau de variation *f*.

b) Montrer que *f* est une bijection de [0 ;+∞ [sur un intervalle que l'on précisera.

c) Montrer que l'équation $f(x)=\frac{1}{2}$ admet dans $[0,+\infty[$ une solution unique α, et que α ∈]0 ;1[.

3°) On notera f^{-1} la fonction réciproque de *f* et (C') sa courbe représentative dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

a) Tracer les courbes (C) de f et (C') de f^{-1} dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

b) Expliciter f^{-1}.

4°) a) Soit $I=\int_0^1 e^{-\sqrt{t}}\,dt$. Interpréter graphiquement *I*.

b) Résoudre $f^{-1}(x)=1$.

c) Calculer $I'=\int_{e^{-1}}^1 f^{-1}(t)\,dt$. En déduire *I*.

EXERCICE N°5 : | 30' | 5 points

1°) On donne les nombres complexes suivants :

$a=\left(1+\sqrt{3}\right)i$; $b=-\left[\left(1+\sqrt{3}\right)+\left(1-\sqrt{3}\right)i\right]$ et $w=2+\left(1-\sqrt{3}\right)i$.

a) Donner la forme algébrique de a^2 et w^2.

b) Vérifier que $w^2=a^2-4b$.

2°) On considère les équations suivantes : $(E_1): z^2-az+b=0$ et $(E_2): z^3-2az^2+\left(b+a^2\right)z-ab=0$.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_1) (on note z_1 et z_2 les solution de (E_1) tel que $|z_1|<|z_2|$).

b) Vérifier que *a* est une solution de l'équation (E_2).

c) En déduire les solutions de (E_2).

3°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points *A*, *B*, *C* et *D*.

d'affixes respectives $z_A=1+i$, $z_B=-1+i\sqrt{3}$, *w* et *a* .

a) Donner sous forme exponentielle z_B puis placer *A* et *B*.

b) Vérifier que $z_A-z_B=w$. Construire alors le point *C*.

c) Donner la forme algébrique de $\frac{w-z_A}{a-z_A}$.

En déduire une *A*, *C* et *D* sont alignés.

d) Construire alors le point

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn